ОПИСАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ИНТЕРВАЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ

В.С. Выхованец, А.Е. Вергер
ИПУ РАН, г. Москва
valery@vykhovanets.ru, mail@averger.com

Введение

Реализация задач управления технологическими процессами в основном базируется на автоматных моделях. Несмотря на кажущуюся сложность автоматных моделей, в основе их описания лежит математическая логика, интерпретируемая в дискретном времени. Ограниченность автоматной концепции времени привела к созданию и использованию временных (темпоральных) логик, в которых непосредственно изучаются высказывания с истинностными значениями, изменяющимися во времени. Все временные логики принято делить на три класса [1]: первопорядковые, модальные и интервальные.

В первопорядковой временной логике, как это имеет место и в общей теории автоматов, времени не приписывается особой роли, оно выражается лишь переменной, наряду с пространственными координатами или другими предметными переменными [2]. В модальных логиках используется лучевое представление времени, что приводит к проблемам выражения высказываний, заданных на конечных интервалах [3]. В интервальных логиках возможно выделение не только бесконечных лучей времени, но и конечных интервалов [4]. Однако имеются существенные вычислительные трудности поиска согласующего сценария, стыкующего различные интервалы времени.

Таким образом, для предметных областей, изменяющихся во времени, плохо применимыми оказались и классические и неклассические логики. Последнее связывается с тем, что в этих логиках используется статическая концепция времени, в которой моменты времени отождествляются с числами, на множестве которых задан естественный (линейный) порядок, интерпретируемый как отношение «раньше» [5]. Также постулируется, что все моменты времени существуют вместе и могут рассматриваться как единая совокупность, ни один из моментов не имеет преимуществ перед другим, а разделение событий на прошлые, настоящие и будущие условно и зависит от выбора точки отсчета. Все это, в частности, приводит к известной проблеме отражения времени в современных интеллектуальных системах [6].

С другой стороны в динамической концепции времени постулируется существование только выделенного момента времени – настоящего, однозначно разделяющего прошлое и будущее, причем прошлое считается уже не существующим, а будущее – еще не существующим. В этом случае время непрерывно «течет», т.е. постулируется «стрела времени» и необратимость времени [7]. Типичным примером динамической логики может служить динамическая логика Пратта [8], используемая для описания поведения программ. В итоге известные динамические логики оказались очень сложными, так как для интерпретации формул используют модели Крипке, строящиеся на понятиях состояния процесса и траектории его изменения.

Настоящая работа посвящена временной логике, реализующей динамическую концепцию времени и сохраняющей интервальное его описание.

1. Синтаксис

Синтаксис интервальной динамической логики базируется на следующих счетных множествах атомарных формул:

– на множестве атомарных логических формул Λ, состоящем из логических предметных переменных A, B, C, …, принимающих истинностные значения;

– на множестве атомарных числовых формул P, состоящем из числовых предметных переменных a, b, c, …, принимающих значения на множестве рациональных чисел;

– на множестве предикатов Π, зависящих от конечного числа аргументов и принимающих истинностные значения;

– на множестве функторов Φ, зависящих от конечного числа аргументов и принимающих числовые значения.

Составные формулы определяются так:

– каждая формула из Λ есть логическая формула, а из P – числовая;

– логическая константа 0 (ложь) является логической формулой, а числовые константы – числовыми формулами;

– если π – предикат из Π, зависящий от n аргументов, а ρ_1, ρ_2, …, ρ_n – числовые или логические формулы, то $\pi(\rho_1,\rho_2,\ldots,\rho_n)$ является логической формулой;

– если ϕ – функтор, принадлежащий множеству Φ и зависящий от n аргументов, а ρ_1, ρ_2, …, ρ_n – числовые или логические формулы, то $\phi(\rho_1,\rho_2,\ldots,\rho_n)$ является числовой формулой.

Введем в Π стандартные логические связки: $\neg$ (отрицание), $\&$ (конъюнкция) и $\vee$ (дизъюнкция), темпоральные операции: $\triangleright$ (стрелка вправо) и $\triangleleft$ (стрелка влево), а также предикаты сравнения < (меньше) и = (равно). Тогда:

– если φ – логическая формула, то и $\neg\varphi$ является логической формулой;

– если φ и ψ – логические формулы, то и $(\varphi\,\&\,\psi)$, $(\varphi\vee\psi)$, $(\varphi\triangleright\psi)$ и $(\varphi\triangleleft\psi)$ – логические формулы;

– если μ и ν – числовые формулы, то и $(\mu<\nu)$, $(\mu=\nu)$ – логические формулы.

Введем в Φ стандартные арифметические операции: + (сложение), $\cdot$ (умножение) и / (деление). Тогда если μ и ν – числовые формулы, то и $-\mu$, $(\mu+\nu)$, $(\mu\cdot\nu)$ и (μ/ν) – числовые формулы.

Константа 1 (истина) и логические операции $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\oplus$ определяются традиционным образом: $1\sim\neg 0$, $\varphi\rightarrow\psi\sim\neg\varphi\vee\psi$, $\varphi\leftrightarrow\psi\sim(\varphi\rightarrow\psi)\,\&\,(\psi\rightarrow\varphi)$, $\varphi\oplus\psi\sim\neg(\varphi\leftrightarrow\psi)$, где φ и ψ – логические формулы, а $\sim$ – знак синтаксической эквивалентности (подстановки). Аналогично вводятся предикаты сравнения числовых формул $\neq$, $\geq$, $\leq$ и $>$: $\mu\neq\nu\sim\neg(\mu=\nu)$, $\mu\geq\nu\sim\neg(\mu<\nu)$, $\mu\leq\nu\sim(\mu<\nu)\vee(\mu=\nu)$ и $\mu>\nu\sim\neg(\mu<\nu)\,\&\,\neg(\mu=\nu)$, а также унарная операция изменения знака числовой формулы: $-\mu\sim 0-\mu$, где μ и ν – числовые формулы.

Аксиоматика интервальной динамической логики наследует аксиоматику исчисления высказываний [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, с. 49], аксиоматику рациональных чисел [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, с. 103] и включает следующие дополнительные аксиомы:

$$\neg(\varphi\triangleright\psi)\leftrightarrow\neg\varphi\triangleleft\neg\psi\,,\ \neg(\varphi\triangleleft\psi)\leftrightarrow\neg\varphi\triangleright\neg\psi\,,$$

$$\varphi\triangleright\neg\psi\leftrightarrow(\varphi\triangleleft\psi)\,\&\,(\psi\triangleright\neg\psi)\,,\ \varphi\triangleleft\neg\psi\leftrightarrow(\varphi\triangleright\psi)\vee(\psi\triangleleft\neg\psi)\,,$$

$$\neg\varphi\triangleright\psi\leftrightarrow\neg(\varphi\triangleright\psi)\,\&\,(\neg\psi\triangleright\psi)\,,\ \neg\varphi\triangleleft\psi\leftrightarrow\neg(\varphi\triangleleft\psi)\vee(\neg\psi\triangleleft\psi)\,,$$

$$(\varphi \& \psi) \rhd \chi \leftrightarrow (\varphi \rhd \chi) \& (\psi \rhd \chi),\ (\varphi \& \psi) \lhd \chi \leftrightarrow (\varphi \lhd \chi) \& (\psi \lhd \chi),$$
$$(\varphi \vee \psi) \rhd \chi \leftrightarrow (\varphi \rhd \chi) \vee (\psi \rhd \chi),\ (\varphi \vee \psi) \lhd \chi \leftrightarrow (\varphi \lhd \chi) \vee (\psi \lhd \chi),$$
$$\varphi \rhd (\psi \& \chi) \leftrightarrow ((\varphi \& \chi) \rhd \psi) \vee ((\varphi \& \psi) \rhd \chi) \vee (((\varphi \& \neg\chi) \rhd \psi) \& ((\varphi \& \neg\psi) \rhd \chi)),$$
$$\varphi \lhd (\psi \vee \chi) \leftrightarrow ((\varphi \vee \chi) \lhd \psi) \& ((\varphi \vee \psi) \lhd \chi) \& (((\varphi \vee \neg\chi) \lhd \psi) \vee ((\varphi \vee \neg\psi) \lhd \chi)),$$
$$\varphi \rhd (\psi \vee \chi) \leftrightarrow ((\varphi \& \neg\chi) \rhd \psi) \vee ((\varphi \& \neg\psi) \rhd \chi) \vee (((\varphi \& \chi) \rhd \psi) \& ((\varphi \& \psi) \rhd \chi)),$$
$$\varphi \lhd (\psi \& \chi) \leftrightarrow ((\varphi \vee \neg\chi) \lhd \psi) \& ((\varphi \vee \neg\psi) \lhd \chi) \& (((\varphi \vee \chi) \lhd \psi) \vee ((\varphi \vee \psi) \lhd \chi)),$$
$$(\varphi \rhd \psi) \rhd \psi \leftrightarrow \varphi \rhd \psi,\ (\varphi \lhd \psi) \lhd \psi \leftrightarrow \varphi \lhd \psi,$$

где φ, ψ и χ – логические формулы, а операции $\rhd$ и $\lhd$ таковы, что

$$0 \rhd 0 \leftrightarrow 0,\ 1 \rhd 0 \leftrightarrow 1,\ 0 \rhd 1 \leftrightarrow 0,\ 1 \rhd 1 \leftrightarrow 0,$$
$$0 \lhd 0 \leftrightarrow 1,\ 1 \lhd 0 \leftrightarrow 1,\ 0 \lhd 1 \leftrightarrow 0,\ 1 \lhd 1 \leftrightarrow 1.$$

2. Семантика

Выберем в качестве стандартной области интерпретации интервальной динамической логики логическую область. В этом случае каждую переменную можно представить как интервал времени, формируемый из тех моментов, при которых эта переменная выполнима, т.е. имеет истинное значение.

Темпоральные операции $\rhd$ и $\lhd$ предназначены для конструирования интервалов, не выразимых формулами с операциями $\neg$, $\&$ и $\vee$. Темпоральной операцией $\rhd$ над интервалами φ и ψ называется интервал, обозначаемой через $\varphi \rhd \psi$ (читается как «φ после ψ»), который начинается в момент невыполнения ψ при истинном φ, и затем заканчивается в момент невыполнения ψ при ложном φ. Темпоральной операцией $\lhd$ над интервалами φ и ψ называется интервал, обозначаемой через $\varphi \lhd \psi$ (читается как «φ до ψ»), который заканчивается в момент выполнения ψ при ложном φ, и затем начинается в момент выполнения ψ при истинном φ.

Для выражения полуинтервалов в интервальной динамической логике используются формулы вида $\neg\varphi \rhd \varphi$ и $\neg\varphi \lhd \varphi$.

Теорема 1. *Все теоремы интервальной динамической логики являются теоремами исчисления высказываний, обратное не верно.*

Теорема 2. *Интервальная динамическая логика разрешима, полна и непротиворечива.*

3. Прагматика

Определим вторую областью интерпретации интервальной динамической логики – ее прагматику. В отличие от первой области – статической, вторую будем называть динамической, и использовать для представления и вывода свойств дискретных динамических процессов. В этом случае прагматика операций интервальной динамической логики может быть задана статическими ($\neg$, $\wedge$, $\vee$) и динамическими ($\rhd$, $\lhd$) логическими элементами, приведенными на рис. 1, где D – потенциальный вход данных триггера, а C – синхронный вход записи данных.

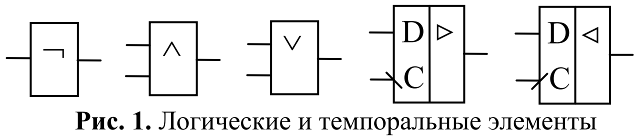

Рис. 1. Логические и темпоральные элементы

4. Пример

Приведем пример описания на языке интервальной динамической логики некоторого процесса, заданного временной диаграммой на рис. 2. Разобьем временную диаграмму на четыре последовательных интервала, задаваемых характерными моментами процесса. Выразим эти интервалы и полуинтервалы через формулы с темпоральными операциями: $\neg\Delta A$, A, $\neg(A \lhd \neg B)$ и ΔB, где $\Delta\varphi \sim \neg\varphi \rhd \varphi$. Теперь запишем условия, выполняющиеся на каждом интервале: $\neg A \wedge B \wedge (c = \mathrm{c1})$, $\neg B \wedge (c > \mathrm{c1})$, $\neg A \wedge \neg B \wedge (c = \mathrm{c2})$, $\neg A \wedge B \wedge (c = \mathrm{c2})$. Объединим формулы, описывающие каждый из интервалов, и получим $(\nabla\neg A \wedge (\neg A \wedge B \wedge (c = \mathrm{c1}))) \vee (A \wedge \neg B \wedge (c > \mathrm{c1})) \vee (\neg A \rhd B) \wedge (\neg A \wedge \neg B \wedge (c = \mathrm{c2}))) \vee (\Delta B \wedge (\neg A \wedge B \wedge (c = \mathrm{c2})))$.

Заметим, что реализация найденной формулы из логических и темпоральных элементов дает устройство для мониторинга процесса, описанного с помощью заданной временной диаграммы.

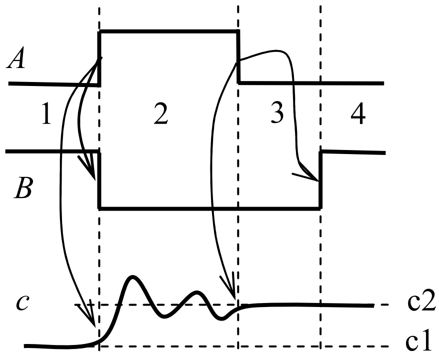

Рис. 2. Временная диаграмма

Заключение

Как оказалось, наблюдаемое в настоящее время обилие темпоральных логик не является исчерпывающим. В настоящей работе введена и исследована динамическая логика, названная интервальной, реализующая динамическую концепцию времени, но сохраняющая возможность эффективного получения интервального описания моделируемых динамических процессов. Динамический характер разработанной логики определяется тем, что проверка выполнимости формул осуществляется в каждый текущий момент времени, причем сам текущий момент времени определяется не абсолютно, а по каким-либо изменениям предметных переменных. Получение интервального описания динамических процессов основано на решении задачи анализа формул, при котором находится интервальное описание моделируемого процесса и имеющие место быть причинно-следственные связи.

Литература

1. Vila L. A survey on temporal reasoning in artificial intelligence // AI Communications. Vol. 7, No. 1. 1994. P. 4-28.
2. Russell B. Principles of Mathematics. London: George & Unwin, 1903. 586 p.
3. Prior A.N. Past, Present and Future. Oxford: Clarendon Press, 1967. 228 p.
4. Allen J.F. Maintaining Knowledge about Temporal Intervals // Communications of the ACM. 1983. Vol. 26, No. 11. P. 832-843.
5. Анисов А.М. Время и компьютер. Негеометрический образ времени. М.: Наука, 1991. 152 с.
6. Кондрашина Е.Ю., Литвинцева Л.А., Поспелов Д.А. Представление знаний о времени и пространстве в интеллектуальных системах / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1989. 328 с.
7. Пригожин И., Стенгерс И. Время. Хаос. Квант. К решению парадокса времени: Пер. с англ. М.: КомКнига, 2005. 232 с.
8. Harel D., Kozen D., Tiuryn J. Dynamic logic. Cambridge: MIT Press, 2000. 476 p.
9. Гильберт Д., Аккерман В. Основы теоретической логики. М.: Иностранная литература, 1947. 304 с.
10. Нечаев В.И. Числовые системы. М.: Просвещение, 1975. 199 с.