# Аналитический синтез дискретных устройств

Выхованец В.С.

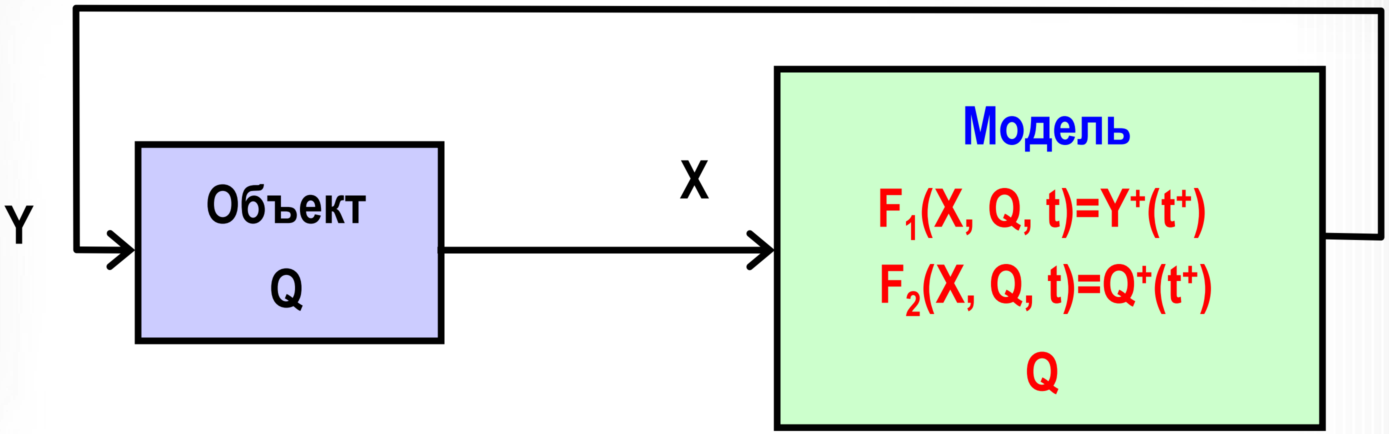
http://valery.vykhovanets.ru

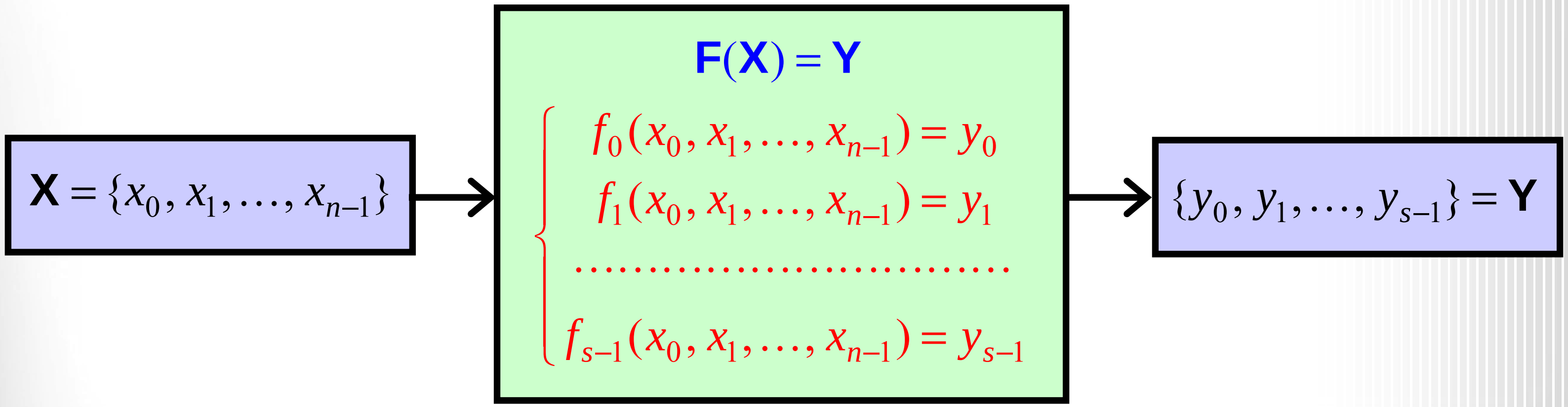
CAD DD

# План доклада

- Постановка задачи – дискретные модели
- Основые определения – дискретные функции
- Метод 1 – алгебраические построения
- Метод 2 – спектральные разложения
- Метод 3 – аналитический синтез
- Оценки – сходимость и сложность
- Демонстрационные примеры
- Выводы

# Дискретные модели



# Дискретные функции

$$N_k = \{0, 1, \ldots, k-1\}$$

$$f(x):\ N_{k_x} \to N_{k_f}$$

$$f(x_0, x_0, \ldots, x_{n-1}):\ N_{k_0} \times N_{k_1} \times \ldots \times N_{k_{n-1}} \to N_{k_f}$$

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| 0 | $f_0$ |
| 1 | $f_1$ |
| … | … |
| k-1 | $f_{k-1}$ |

| $x_0$ | $x_1$ | … | $x_{n-1}$ | $f(x_0, x_1, \ldots, x_{n-1})$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | … | 0 | $f_0$ |
| 1 | 0 | … | 0 | $f_1$ |
| … | … | … | … | … |
| $k_0$-1 | $k_1$-1 | … | $k_{n-1}$-1 | $f_{k-1}$ |

# Примеры дискретных функций

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |
| 2 | 1 |
| 3 | 0 |

$$x \in N_4, \quad N_4 = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$f(x) \in N_2, \quad N_2 = \{0, 1\}$$

$$f(2) = 1$$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $f(x_0, x_1, x_2)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | 2 | 0 | 1 |
| 1 | 2 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 2 |
| … | … | … | … |
| 1 | 2 | 3 | 0 |

$$f(1, 1, 0) = 2$$

# Дискретные операции

Унарные

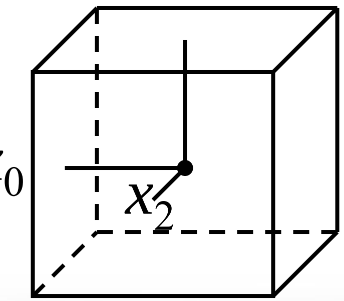
$$x_0 \; \begin{array}{r} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ k_0-1 \end{array} \begin{bmatrix} o_0 \\ o_1 \\ \vdots \\ o_{k_0-1} \end{bmatrix} = o_{x_0}$$

Бинарные

$$\begin{array}{cc} & x_1 \\ & \begin{array}{cccc} 0 & 1 & \dots & k_1-1 \end{array} \\ x_0 \; \begin{array}{r} 0 \\ 1 \\ \dots \\ k_0-1 \end{array} & \begin{bmatrix} o_{00} & o_{01} & \cdots & o_{0,k_1-1} \\ o_{10} & o_{11} & \cdots & o_{1,k_1-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_{k_0-1,0} & o_{k_0-1,1} & \cdots & o_{k_0-1,k_1-1} \end{bmatrix} = o_{x_0 x_1} \end{array}$$

Тернарные

$x_1$

$x_0$ 


$= o_{x_0 x_1 x_2}$

# Примеры дискретных операций

Унарная

$$x\begin{array}{c|c|} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{array} = \neg x$$

$\neg 1 = 2$

Бинарная

$$\begin{array}{cc} & x_1 \\ x_0 & \begin{array}{c|cc|} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \end{array} = x_0 \oplus x_1$$

$1 \otimes 1 = 0$

Тернарная

$$x_0 \, ? \, x_1 : x_2 = \begin{cases} x_1, & x_0 \neq 0 \\ x_2, & x_0 = 0 \end{cases}$$

$1 ? 0 : 1 = 0$

# Алгебраические построения

$?x_0 \,\&\, ?x_1 \,\&\, ?x_2 = 1$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $f$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

$$\neg = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \& = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \vee = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f(X) = x_0 \,\&\, \neg x_1 \,\&\, \neg x_2 \vee \\ \vee\ x_0 \,\&\, x_1 \,\&\, \neg x_2 \vee \\ \vee\ x_0 \,\&\, x_1 \,\&\, x_2$$

$$x \,\&\, y = y \,\&\, x, \quad x \vee y = y \vee x$$

$$x \,\&\, (y \,\&\, z) = x \,\&\, (y \,\&\, z)$$
$$x \vee (y \vee z) = x \vee (y \vee z)$$

$$x \vee (y \,\&\, z) = (x \vee y) \,\&\, (x \vee z)$$
$$x \,\&\, (y \vee z) = (x \,\&\, y) \vee (x \,\&\, z)$$

$$x \vee \neg x = 1, \quad x \,\&\, 1 = x$$

$$f(X) = x_0 \,\&\, \neg x_1 \,\&\, \neg x_2 \ \vee\ x_0 \,\&\, x_1$$

# Алгебраический подход

- Необходимость исследования функционально полных множеств операций и выявления их свойств
- Отсутствие единого подхода к синтезу формульных представлений дискретных функций
- Трудности минимизации формул, связанные с большим числом возможных преобразований
- Ограниченное число исследованных функционально полных базисов операций

# Спектральные разложения

$$f(x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}) = \sum_{i=0}^{m-1} g_i(x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}) \times h_i$$

$$f(X) = \sum_{i=0}^{m-1} g_i(X) \times h_i$$

$$g_i(X) = g_{iX}\,, \quad X \in N_m, \quad m = k_0 k_1 \ldots k_{n-1}$$

$$\begin{array}{cc} X & \begin{array}{cccc} g_0(X) & \mathrm{g}_1(X) & \dots & \mathrm{g}_{m-1}(X) \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ m-1 \end{array} & \begin{bmatrix} g_{00} & g_{10} & \cdots & g_{m-1,0} \\ g_{01} & g_{11} & \cdots & g_{m-1,1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{0,m-1} & g_{1,m-1} & \cdots & g_{m-1,m-1} \end{bmatrix} \end{array} \times \begin{array}{cc} i & h_i \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ m-1 \end{array} & \begin{bmatrix} h_0 \\ h_0 \\ \vdots \\ h_{m-1} \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{cc} X & f(X) \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ m-1 \end{array} & \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{m-1} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} \times \mathbf{H} \qquad \mathbf{H} = \mathbf{D} \times \mathbf{F} \qquad \mathbf{D} = \mathbf{G}^{-1}$$

# Спектральный базис

$$+=\begin{bmatrix}0&1&2\\1&2&0\\2&0&1\end{bmatrix}\quad \times=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&1&2\\0&2&1\end{bmatrix}\quad \otimes=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&0&2\end{bmatrix}\quad *=\begin{bmatrix}0&0\\0&0\\0&1\end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & & X & x_0\ x_1 \\ g_0 & = & 1 & 0 & 0\ \ 0 \\ g_1 & = & x_0 & 1 & 1\ \ 0 \\ g_2 & = & x_1 & 2 & 0\ \ 1 \\ g_3 & = & x_0\times x_1 & 3 & 1\ \ 1 \\ g_4 & = & x_0\otimes x_1 & 4 & 0\ \ 2 \\ g_5 & = & x_1 * x_0 & 5 & 1\ \ 2 \end{array}
\begin{array}{c} g_0\quad g_1\quad g_2\quad g_3\quad g_4\quad g_5 \\ \begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\1&1&0&0&0&0\\1&0&1&0&0&0\\1&1&1&1&0&0\\1&0&2&0&1&0\\1&1&2&2&2&1\end{bmatrix}^{-1}\end{array}
=
\begin{array}{c} d_0\quad d_1\quad d_2\quad d_3\quad d_4\quad d_5 \\ \begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\2&1&0&0&0&0\\2&0&1&0&0&0\\1&2&2&1&0&0\\1&0&1&0&1&0\\1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}\end{array}$$

# Спектральная декомпозиция

$$+ = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \times = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \otimes = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad * = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{lcc|cc|c}
 & & X & x_0 & x_1 & \\
g_0 = 1 & & 0 & 0 & 0 & \\
g_1 = x_0 & & 1 & 1 & 0 & \\
g_2 = x_1 & & 2 & 0 & 1 & \\
g_3 = x_0 \times x_1 & & 3 & 1 & 1 & \\
g_4 = x_0 \otimes x_1 & & 4 & 0 & 2 & \\
g_5 = x_1 * x_0 & & 5 & 1 & 2 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} d_0 & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{array}{c} X \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} f \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} i \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} h \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$f(x_0, x_1) = x_0 + x_0 \times x_1 + x_1 * x_0 \times 2$$

# Спектральный подход

- Необходимость предварительного синтеза формул спектральных функций
- Необходимость проверки совместимости спектральных функций (вычисление определителей)
- Необходимость вычисления обратных функций (обращение матриц)
- Трудности минимизации формул, связанные с большим числом спектральных базисов

# Аналитический синтез

$$\Phi \to \Delta \mid \mathrm{X} \mid \Xi\Phi \mid (\Phi\Theta\Phi)$$

$$(\neg_0 x_0 \otimes_0 (\neg_1 x_1 \otimes_1 (\neg_2 x_2 \otimes_2 \neg_3 (x_1 \otimes_3 2))))$$

$$\Phi \to \Delta \mid \Xi\mathrm{X} \mid \Psi; \quad \Psi \to \mathrm{X} \mid (\mathrm{X}\Theta\Psi) \mid ((\mathrm{X}\Theta\Psi)\Theta\Psi)$$

$$((x_1 \otimes_0 (x_0 \otimes_1 x_2)) \otimes_2 x_1)$$

$$\begin{cases} \mathrm{var}\ \ \Theta; \\ \min \Theta. \end{cases}$$

# Представления функций

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $f(x_0, x_1, x_2)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 2 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| … | … | … | … |
| 1 | 2 | 3 | 0 |

$\mathbf{X} = [x_0\ x_1\ x_2]$, $\mathbf{K} = [323]$, $\mathbf{F} = [011101102010201020]$

# Редукция функций

$$\mathbf{X}=[x_0\ x_1\ x_2],\quad \mathbf{K}=[323],\quad \mathbf{F}=[011101102010201020]$$

$$\begin{array}{cc} & x_1 \\ x_0 & \underset{\otimes_0}{\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}} \end{array}\ \begin{array}{c} x_2 \\ \underset{\otimes_1}{\begin{bmatrix} 0 & 6 & 12 \\ 1 & 7 & 13 \\ 2 & 8 & 14 \\ 3 & 9 & 15 \\ 4 & 10 & 16 \\ 5 & 11 & 17 \end{bmatrix}} \end{array},\qquad \begin{array}{cc} & x_1 \\ x_0 & \underset{\otimes_0}{\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}} \end{array}\ \begin{array}{c} x_2 \\ \underset{\otimes_1}{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}} \end{array}$$

$$C_0=\{0,4\}$$

$$C_1=\{1,3,5\}$$

$$C_2=\{2\}$$

$$\downarrow$$

$$k=3$$

$$f(\mathbf{X})=\begin{array}{cc} & x_1 \\ x_0 & \underset{\otimes_0}{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}} \end{array}\ \begin{array}{c} x_2 \\ \underset{\otimes_1}{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}} \end{array},\qquad f(\mathbf{X})=(x_0\otimes_0 x_1)\otimes_1 x_2$$

# Остаточный вектор

$\mathbf{X}=[x_0\ x_1\ x_2\ x_3]$, $\mathbf{K}=[2223]$, $\mathbf{F}=[011120202022010020210202]$

$$
\begin{array}{cc} & x_0 \\ \begin{array}{c} \\ x_3 \end{array}\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \\ & \otimes_{00} \end{array}
\quad
\begin{array}{cc} & x_1 \\ \begin{array}{c} k=3\left\{\begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array}\right. \\ \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & * \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2 & 2 \\ * & 2 \\ 1 & * \end{bmatrix} \\ & \otimes_{01} \end{array}
\quad
\begin{array}{cc} & x_2 \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} & \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ & \otimes_{02} \end{array}
\qquad
\begin{array}{cc} & x_0 \\ x_3 & \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \\ & \otimes_{00} \end{array}
\begin{array}{c} x_1 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \otimes_{01} \end{array}
\begin{array}{c} x_2 \\ \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \otimes_{02} \end{array} \rightarrow g_0
$$

$$f(\mathbf{X}) = g_0(\mathbf{X}) \oplus f_1(\mathbf{X})$$

$$\mathbf{G}_0 = [022100222122200022000000]$$

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F} - \mathbf{G}_0 = [022100122121200012200002]$$

# Многошаговое приближение

$$\mathbf{X}=[x_0\ x_1\ x_2\ x_3],\ \ \mathbf{K}=[2223],\ \ \mathbf{F}_1=[022100122121200012200002]$$

$$\begin{array}{cccc} & x_0 & x_1 & x_2 \\ x_3 & \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix} & \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\\ 2 & 0\end{bmatrix} & \begin{bmatrix}0 & 0\\ 2 & 2\\ 0 & 2\end{bmatrix} \\ & \otimes_{10} & \otimes_{11} & \otimes_{12} \end{array} \rightarrow g_1(X)$$

$$\mathbf{G}_1=[000000200002000020200002]$$

$$\mathbf{F}_2=\mathbf{F}_1-\mathbf{G}_1=[000000000000000000000000]$$

$$\mathbf{F}=\mathbf{G}_0\oplus\mathbf{G}_1,\qquad f(\mathbf{X})=g_0(\mathbf{X})\oplus g_1(\mathbf{X})$$

$$f(\mathbf{X})=(((x_3\otimes_{00}x_0)\otimes_{01}x_1)\otimes_{02}x_2)\oplus(((x_3\otimes_{10}x_0)\otimes_{11}x_1)\otimes_{12}x_2)$$

# Синтез группоида

$$\mathbf{F} = [01112020202201002021020\,2]$$

$$\mathbf{G}_0 = [02210022212220002200000\,0]$$

$$f$$

$$g\;\begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 6 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \end{array}$$

$$f$$

$$g\;\begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F} - \mathbf{G}_0 = [022010000200110001011101]$$

0 – 13 вхождений
1 – 8 вхождений
2 – 3 вхождения

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F} - \mathbf{G}_0 = [022100122121200012200002]$$

0 – 10 вхождений
1 – 5 вхождений
2 – 9 вхождения

# Демонстрационный пример

$$\pi \approx 3{,}14159265358979323846265$$

$$\mathbf{X} = [x_0 x_1 x_2 x_3] \quad \mathbf{K} = [2223] \quad \mathbf{F} = [0111202020\,2201002021\,0202]$$

$$f(\mathbf{X}) = ((x_1 \otimes_0 (x_2 \otimes_1 (x_0 \otimes_2 x_3))) \oplus (x_1 \otimes_4 (x_0 \otimes_5 (x_3 \otimes_6 x_2))))$$

$$\otimes_0 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \otimes_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \otimes_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\otimes_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \otimes_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \otimes_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\oplus = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

# Оценка сложности

$$\mathbf{X}=[x_0x_1\ldots x_n]\qquad \mathbf{K}=[kk\ldots k]\qquad \mathbf{F}=[f_0f_1\ldots f_{m-1}]$$

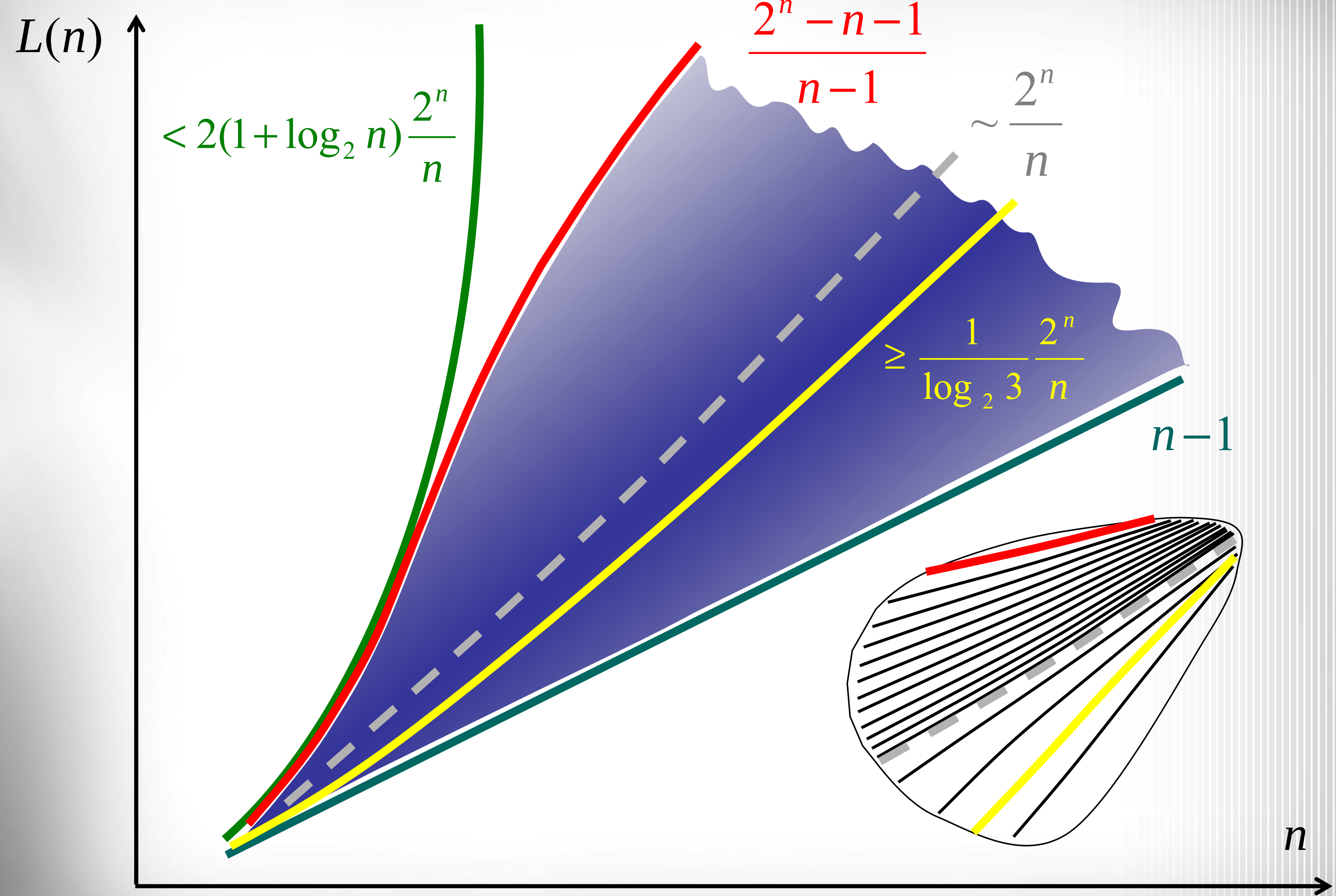
$$\Psi_0\rightarrow \underbrace{((X_1\otimes_1\Psi_1)\oplus_1((X_2\otimes_2\Psi_2)\oplus_2(\ldots\oplus_{t-1}(X_t\otimes_t\Psi_t)\ldots)))}_{L}$$

$$t_{\max}=k\left(1-\frac{1}{n-1}\right)$$

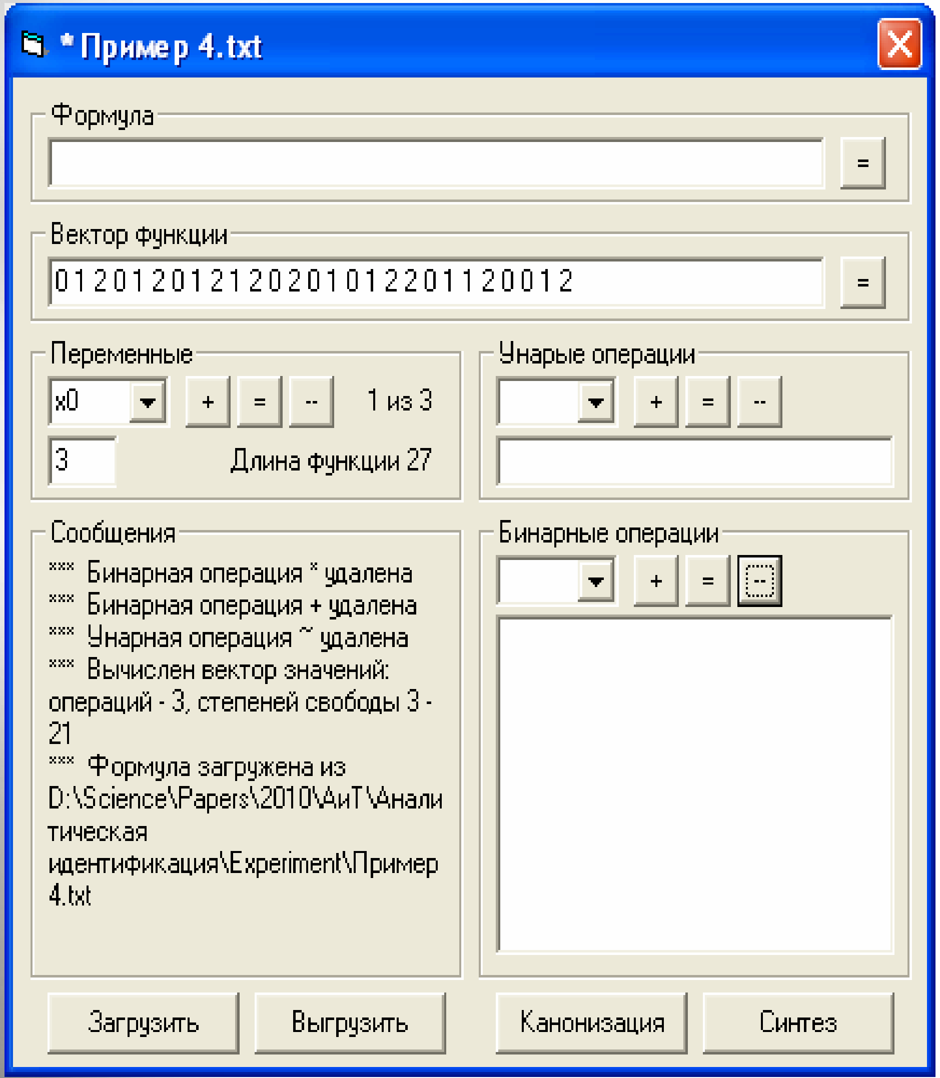
$$L_n(k)=\frac{2(k-1)^2+k}{k(k-1)^2}\frac{k^{n-1}}{n-1}-\frac{k}{(k-1)^2}\frac{1}{n-1}-\frac{1}{(k-1)}\frac{n-2}{n-1}-1$$

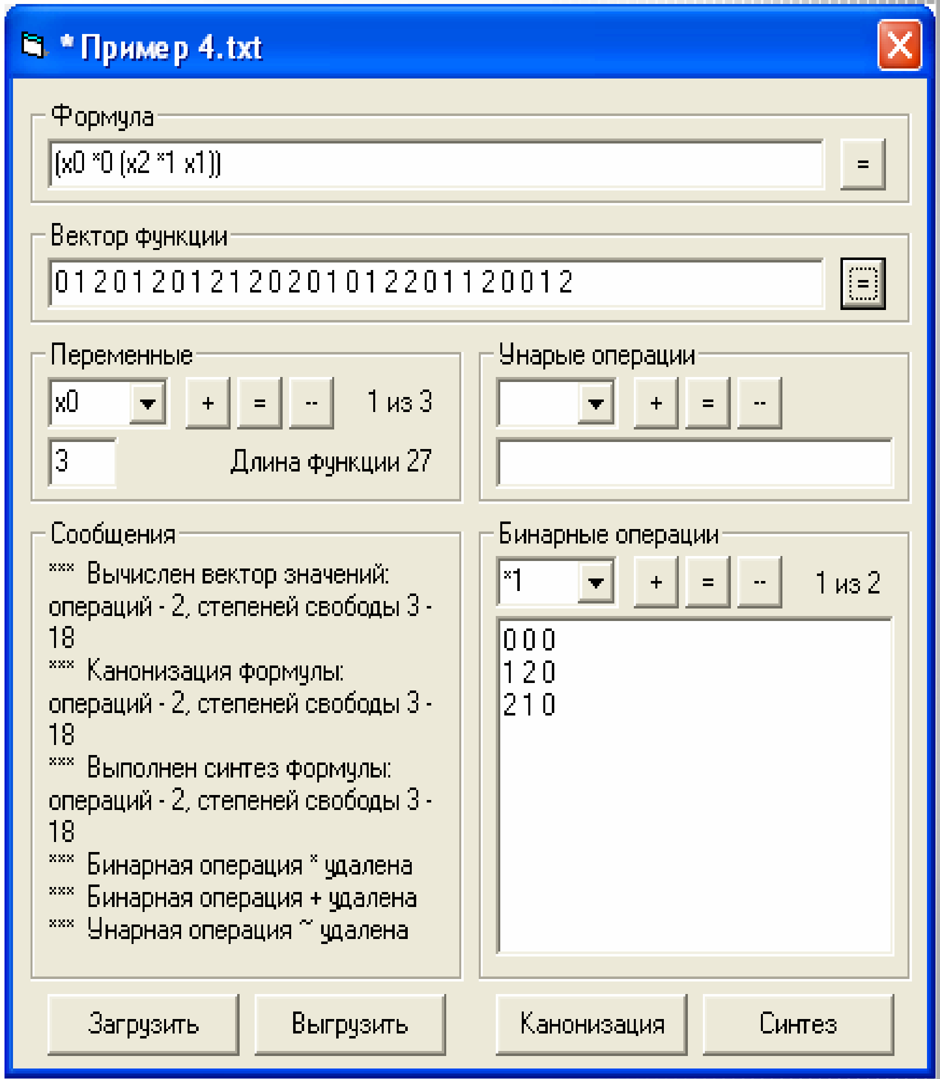
$$L_n(2)=\frac{2^n-n-1}{n-1},\qquad L_n(2)\sim\frac{2^n}{n}$$

# Другие оценки



# Программа для синтеза



# Примеры синтеза

$$L_3(2) = 2$$

| Функция | Операции | Функция | Операции |
|---|---|---|---|
| $\mathbf{F} = [00000001]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_0 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\mathbf{F} = [00001001]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_1 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \otimes_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ |
| $\mathbf{F} = [00000010]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_1 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \otimes_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ | $\mathbf{F} = [00001010]$ , $(x_2 \otimes_0 x_0)$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ |
| $\mathbf{F} = [00000011]$ , $(x_2 \otimes_0 x_1)$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\mathbf{F} = [00001011]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_1 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \otimes_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ |
| $\mathbf{F} = [00000100]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_1 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \otimes_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $\mathbf{F} = [00001100]$ , $(x_2 \otimes_0 x_1)$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ |
| $\mathbf{F} = [00000101]$ , $(x_2 \otimes_0 x_0)$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\mathbf{F} = [00001101]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_0 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ |
| $\mathbf{F} = [00000110]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_1 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \otimes_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ | $\mathbf{F} = [00001110]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_1 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \otimes_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| $\mathbf{F} = [00000111]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_1 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \otimes_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $\mathbf{F} = [00001111]$ , $x_2$ | |
| $\mathbf{F} = [00001000]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_1 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \otimes_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ | $\mathbf{F} = [00010000]$ , $(x_2 \otimes_0 (x_1 \otimes_1 x_0))$ | $\otimes_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \otimes_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ |

# Выводы

- Исследованы известные методы синтеза формул дискретных функций: алгебраический, спектральный и новый аналитический
- Определены достоинства и недостатки каждого из перечисленных методов
- Показано, что наиболее эффективным является аналитический метод
- Найдены оценки максимальной сложности формул, синтезируемых аналитическим методом, которые оказались наилучшими

# Благодарю за внимание

- Седьмая Международная конференция «Автоматизация проектирования дискретных систем» (CAD DD’2010)

- Выхованец Валерий Святославович «Аналитический синтез дискретных устройств»

- Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, Москва