Тезисы докладов Международной конференции по проблемам управления. М., 1999. Т. 3. С. 319-321.

Обобщенные мультипликативные формы

В.С. Выхованец

(Республика Молдова, Тирасполь)

Имеется круг задач, решение которых основывается на обработке бинарных и многозначных данных. К таким задачам можно отнести логическое управление, дискретную оптимизацию, обработку сигналов и изображений, распознавание образов и прогнозирование, принятие решений, моделирование дискретных устройств и т.д. Логическая обработка формализуется в алгебре логики и представляется в виде системы логических функций, заданных на общем множестве аргументов:

$$f_j(X) = f_j(X_{n-1}, \ldots, X_1, X_0), \quad j = \left(\overline{0, q-1}\right).$$

Современное состояние информационной технологии отражает неадекватность используемых методов обработки данных структуре вычислительных средств. В связи с чем все большее применение при логических вычислениях находят спектральные методы [1]. Наименее изученными остаются вопросы, связанные с расширением форм представления логических данных с учетом операционных возможностей используемого вычислительного средства. Основываясь на ранее полученных результатах [2], приведем обобщенную методику синтеза полиномиальных форм.

Известные методы логических вычислений своей структурой повторяют формульное описание функции. Не ограничивая общности, произвольную функцию представим в обобщенной полиномиальной форме:

$$P_j(X) = \sum_{i=0}^{k^n-1} A_{ij}\left(C_i \delta_n X_{n-1}^{i_{n-1}} \delta_{n-1} \ldots \delta_0 X_0^{i_0}\right) = \sum_{i=0}^{k^n-1} A_{ij}\theta_i(X),$$

где k - значность логики; A_{ij} - коэффициенты формы; C_i - произвольные константы; δ_t - логические операции; $X_i^{i_t}$ - переменная X_i в логической степени i_t; $i = \left(i_{n-1}, \ldots i_0\right)_k$ - k-ичное представление числа i; $\theta_i(X)$ - полиномиальные ортогональные функции. Для синтеза полиномиальных форм используем дискретное ортогональное преобразование:

$$\begin{cases} A = D \times F; \\ F = D^{-1} \times A, \end{cases}$$

где F - характеристический вектор функции, A - вектор коэффициентов формы, D и D^{-1} - матрицы прямого и обратного преобразования размерности $k^n \times k^n$. Последние получаем следующим образом. Задаем ядро преобразования, которое определяет степенные операции и соответствующие матрицы W_t с элементами:

$$w(i,j) = i^{j}, \quad \left(i, j = \overline{0, k-1}, \;\; t = \overline{0, n-2}\right),$$

где i (j) - номер строки (столбца). Строки (столбцы) матрицы W_t должны быть линейно независимы. Строим матрицу D^{-1} по рекуррентному правилу:

$$G_0 = W_0; \;\; G_{t+1} = W_t \otimes_t G_t, \;\; \left(t = \overline{0, n-2}\right); \;\; D^{-1} = C_n \delta_n G_{n-1},$$

где $\otimes_t$ - обобщенная операция кронекеровского произведения; C_n - матрица констант, состоящая из k одинаковых строк k произвольных констант. Операцию обобщенного кронекеровского произведения определим так:

$$W_t \otimes_t G_t = w_t(i,j)\delta_t G_t, \;\; \left(i, j = \overline{0, k-1}\right),$$

Выбор операций и их последовательности не должны вести к линейной зависимости срок (столбцов) G_t, а константы C_i задаем так, чтобы определитель D^{-1} был отличен от нуля. Матрицу D вычисляем из условия ортогональности: $D \times D^{-1} = E$, где E - единичная матрица размерности $k^n \times k^n$. Обращение матриц и проверку линейной зависимости строк осуществляем в поле операций сложения и умножения, используемых при формировании обобщенной полиномиальной формы.

Для уменьшения сложности формирования базиса использованы мультипликативные формы, синтез которых основан на свойстве обращаемости кронекеровского произведения относительно некоторой мультипликативной операции, совпадающей по определению с операцией умножения в некоторой области определения. В этом случае обращение кронекеровского произведения матриц получают путем кронекеровского произведения обратных матриц. Повышение эффективности вычислений в многозначной логике на вычислительных средствах с двоичным кодирование данных достигнуто путем использования булевой, Уолша и обобщенной мультипликативных форм. Для булевой формы степенные операции задаются в виде булевых матриц; для формы Уолша - в виде матриц, состоящих из -1 и 1; для обобщенной формы - из -1, 0 и 1. Минимизацию мультипликативных форм осуществляем путем выбора степенных операций. Самой эффективной оказалась обобщенная мультипликативная форма, для которой мощность множества степенных операций значительно превосходит аналогичную мощность булевой формы и формы Уолша.

Тезисы докладов Международной конференции по проблемам управления. М., 1999. Т. 3. С. 319-321.

Литература

1. Малюгин В.Д. Параллельные логические вычисления посредством арифметических полиномов. - М.: Наука, 1997.

2. Выхованец В.С., Малюгин В.Д. Кратные логические вычисления // Автоматика и телемеханика. - 1998. - № 6. - С. 163-171.