В.С.Выхованец

МНОГОКРАТНЫЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Основной тенденцией в развитии вычислительной техники является ее интеллектуализация, которая предполагает развитие методов и средств для обработки данных. Наблюдаемый в настоящее время рост объема логических вычислений

[1, 2] связан с противоречием между новыми методами обработки данных и техническими средствами, применяемыми для этой обработки. Действительно, не любая задача может быть эффективно отражена на структуру универсального вычислительного средства, что приводит, в общем случае, к ее решению путем вычисления системы логических функций.

В связи с этим в [2] выдвигается проблема оптимального отражения задачи в архитектуру вычислительного средства, рассматриваются методы представления и обработки логических данных и предлагаются принципы построения специализированных вычислительных средств для такой обработки. В работе [3] показана эффективность использования поля Галуа для синтеза универсального динамически программируемого логического модуля, реализующего любую функцию с возможностью динамической (в темпе поступления выходных данных) настройки модуля на конкретную функцию.

С другой стороны, интеллектуализация вычислительной техники предполагает развитие методов и средств, позволяющих "вычислять" нетривиальные свойства вычисляемых функций, что соответствует обработке знаний в общей постановке проблемы. Получение нетривиальных свойств вычисляемой функции путем обработки ее формального описания не имеет решения в силу теоремы Райса [4, с. 212], однако многократное вычисление значений функции на множестве допустимых значений независимых переменных позволяет все же судить о ее свойствах. Учитывая значительно возрастающий при этом объем вычислений, можно сказать, что распараллеливание вычислительного процесса становится актуальным.

Таким образом, многократные параллельные логические вычисления являются одним из актуальных методов интеллектуализации вычислительной техники. Здесь под многократным параллельным логическим вычислением понимается аппаратная или программно-аппаратная реализация вычисления системы логических функций на множестве допустимых значений независимых переменных, причем значение системы функции вычисляется для всех требуемых значений переменных одновременно, т.е. параллельно по наборам значений переменных.

Наименее изученными остаются вопросы, связанные с многократным вычислением системы логических функций. В данной статье излагается обобщение метода вычисления системы логических функций для вычислительных средств, построенных на базе арифметико-логического устройства (АЛУ). Суть подхода состоит в том, что система логических функций представляется в алгебре, наиболее полно отражающей функциональные возможности АЛУ, и путем исследования полученной математической модели строятся оптимальные вычислительные процедуры и определяются адекватные этой модели формы представления данных и программ.

1. Постановка задачи

Пусть требуется многократно вычислить систему q функций $F = (f_q(X), \ldots, f_1(X))$ булевой алгебры $B_2 = \langle B, \neg, \&, \vee \rangle$ от n независимых переменных $X = (X_n, \ldots, X_1)$:

$$f_j(X_n, \ldots, X_1), \quad j = 1, \ldots, q; \quad X_i,\ f_j \in B = \{0, 1\}. \qquad (1)$$

Сведем многократное вычисление системы к однократному вычислению некоторой системы функций k-значной логики. Для этого рассмотрим порождающую систему функций k-значной логики B_k, $k = 2^m$ (m – натуральное число):

$$\{0,\ \mathrm{I},\ \bar{X}_i,\ X_i\&X_j,\ X_i \vee X_j\}, \tag{2}$$

где I – логическая единица, $I = 2^m - 1$; $X_i, X_j \in D = \{0, 1, ..., \mathrm{I}\}$; –, &, V – соответственно знаки поразрядных логических операций: унарной операции отрицания и бинарных операций конъюнкции и дизъюнкции.

Будем интерпретировать значение переменной или функции в B_k как двоичное число, т.е.

$$y = \sum_{i=1}^{m} y_i \times 2^{i-1},\ y \in D,\ y_i \in B. \tag{3}$$

Здесь y – число в двоичной позиционной системе счисления $(y_m, y_{m-1}, ..., y_2, y_1)_2$, y_i – i-й разряд y.

Пример 1. Пусть заданы $m = 3$, $D = \{0, 1, ..., 7\}$ и переменные $X = 3$, $Y = 5$. Тогда $\overline{X} = 4$, $X\&Y = 1$, $X \vee Y = 7$.

Находим, что для произвольных X, Y, $z \in D$ справедливы законы:

— коммутативные относительно & и V:

$$X\&Y = Y\&X,\ X \vee Y = Y \vee X;$$

— ассоциативные относительно & и V:

$$(X\&Y)\&Z = X\&(Y\&Z),\ (X \vee Y) \vee Z = X \vee (Y \vee Z);$$

— дистрибутивные & относительно V и V относительно &

$$(X\&Y) \vee Z = (X \vee Z)\&(Y \vee Z),\ (X \vee Y)\&Z = (X\&Z) \vee (Y\&Z)$$

и т.д.

Система функций (2) порождает замкнутый класс функций k-значной логики из B_k, который вместе с введенными поразрядными операциями будем рассматривать как алгебру $\Phi_m = \langle D, -, \&, \vee \rangle$. Очевидно, что алгебра Φ_m изоморфна булевой алгебре B_2, и можно интерпретировать формулы булевой алгебры B_2 в алгебре Φ_m, причем при $m = 1$ алгебра Φ_m вырождается в алгебру B_2.

Пример 2. Пусть задана система четырех булевых функций $F = (f_4, f_3, f_2, f_1)$ от трех независимых переменных $X = (X_3, X_2, X_1)$. Установить, принимает ли система функций F значение, равное 7, при каких-либо допустимых значениях независимых переменных X:

$$f_1(X) = (\bar{X}_1\&\bar{X}_3) \oplus X_2, \qquad f_2(X) = X_2 \vee (X_1\&X_3),$$

$$f_3(X) = X_1\&(X_2 \vee X_3), \qquad f_4(X) = X_3\&X_2$$

($\oplus$ – операция сумма по модулю 2).

Будем рассматривать систему функций в алгебре Φ_m, $m = 8$. Вычислим значения функций при всевозможных значениях независимых переменных, представляя значения переменных и функций в форме (3).

$$X_1 = (01010101)_2 = 85;$$

$$X_2 = (00110011)_2 = 51;$$

$$X_3 = (00001111)_2 = 15;$$

$$f_1 = (\overline{85}\&\overline{15})\oplus 51 = 147 = (10010011)_2;$$

$$f_2 = 51 \vee 85\&15 = 55 = (00110111)_2;$$

$$f_3 = 85\&(51 \vee 15) = 21 = (00010101)_2;$$

$$f_4 = 15\&\overline{51} = 12 = (00001100)_2.$$

Анализируя в соответствующих разрядах результаты вычислений, определяем, что система функции F принимает значение $7 = (0,\ 1,\ 1,\ 1)_2$ в первом и пятом разрядах, что возможно только при $X = 7$ ($X_3 = X_2 = X_1 = 1$) или при $X = 3$ ($X_3 = 0$, $X_2 = X_1 = 1$).

Из примера 2 видно, что введенная алгебра Φ_m является математической моделью АЛУ с поразрядными логическими операциями и отражает возможность многократного параллельного вычисления системы булевых функций. Многократное параллельное вычисление в B_2 системы функций (1) на m наборах независимых переменных X_i соответствует однократному вычислению изоморфной системы функций в Φ_m.

2. Арифметико-логические полиномы

Известно, что АЛУ помимо поразрядных логических операций выполняет арифметические операции над числами с ограниченной разрядностью. Поставим целью повысить эффективность применения АЛУ для многократного параллельного вычисления системы логических функций путем использования как логических, так и арифметических операций. Рассмотрим следующую систему функций в Φ_m:

$$\{\mathrm{I},\ X_i \,\&\, X_j,\ X_i - X_j,\ X_i + X_j\}, \tag{4}$$

где $+(-)$ – арифметическая операция сложения (вычитания).

Система функций (4) является функционально полной в Φ_m в силу известной теоремы о функциональной полноте. Действительно, каждая функция функционально полной системы $\{\overline{X}_i,\ X_i \,\&\, X_j,\ X_i \vee X_j\}$ в Φ_m может быть выражена через функции системы (4):

$$\overline{X}_i \to \mathrm{I} - X_i, \quad X_i \,\&\, X_j \to X_i \,\&\, X_j, \quad X_i \vee X_j \to X_i + X_j - X_i \,\&\, X_j \tag{5}$$

Представим функции системы (1) $f_j\,(X)$ в базисе (4). Выполнив замену (5), получим функцию $f_j\,(X)$ в арифметико-логической форме $p_j\,(X)$. После объединения $p_j\,(X)$ в виде взвешенной суммы

$$P\,(X) = \sum_{j=1}^{q} (\mathrm{I} + 1)^{\,j-1}\, p_j\,(X) \tag{6}$$

и приведения в ней подобных слагаемых получим арифметико-логический полином в алгебре Φ_m:

$$P(X) = \sum_{k=0}^{n} \sum_{i=1}^{C_n^k} A_i^k \; (X_1^{i_1} \& X_2^{i_2} \& X_3^{i_3} \& \ldots \& X_n^{i_n}), \tag{7}$$

в котором A_i^k – коэффициенты полинома, стоящие при конъюнкциях с количеством переменных k, $A_i^k \in Z$, где Z – множество целых чисел; C_n^k – число сочетаний из n элементов по k; $X_k^{i_k} = X_k$ при $i_k = 1$ и $X_k^{i_k} = \mathrm{I}$ при $i_k = 0$; i_k – k-й разряд двоичного представления числа $i = (i_n, i_{n-1}, \ldots, i_2, i_1)_2$.

Однозначное соответствие между системой функций (1) и порожденным от нее арифметико-логическим полиномом (7) в B_2 установлено ранее в [5], однозначное соответствие между (1) и (7) в Φ_m непосредственно следует из изоморфизма алгебр. В [6] рассмотрена алгебра кортежей, где под кортежем понимается упорядоченная последовательность функций системы (1) вида

$$F_q(X) = \mathop{*}_{j=1}^{q} f_j(X) = (f_q(X) * f_{q-1}(X) * \ldots * f_2(X) * f_1(X)) \tag{8}$$

и показано, что в B_2 значения полинома (7) и кортежа (8), порожденных от одной и той же системы функций (1), совпадают при одинаковых значениях независимых переменных. Это свойство справедливо и в Φ_m, но с тем отличием, что для представления значения каждой функции в кортеже отводится не один, а m двоичных разрядов.

Пример 3. Для системы функций из примера 2 построить арифметико-логический полином в Φ_m (в B_2).

Выполнив замену (5) и произведя тождественные преобразования, получаем арифметико-логическое представление $p_j(X)$ функций $f_j(X)$:

$$p_1(X) = \mathrm{I} - X_1 - X_2 - X_3 + 2(X_1 \& X_2) + X_1 \& X_3 + 2(X_2 \& X_3) - 2(X_1 \& X_2 \& X_3);$$

$$p_2(X) = X_2 + X_1 \& X_3 - X_1 \& X_2 \& X_3;$$

$$p_3(X) = X_1 \& X_2 + X_1 \& X_3 - X_1 \& X_2 \& X_3;$$

$$p_4(X) = X_3 - X_2 \& X_3.$$

Далее объединяем $p_j(X)$ в соответствии с (6) и после приведения подобных слагаемых получаем полином в Φ_m (B_2):

$$P(X) = 255 - X_1 + 255X_2 + 16777215X_3 + 65538\,(X_1 \& X_2) +$$

$$+ 65793\,(X_1 \& X_3) - 16777214\,(X_2 \& X_3) - 65794\,(X_1 \& X_2 \& X_3)$$

$$(P(X) = 1 - X_1 + X_2 + 7X_3 + 6(X_1 \& X_2) +$$

$$+ 7(X_1 \& X_3) - 6(X_2 \& X_3) - 8(X_1 \& X_2 \& X_3)).$$

Для $X_1 = 85$, $X_2 = 51$, $X_3 = 15$ значение полинома $P(X)$ в Φ_m равно 202717075 или $(00001100000101010011011110010011)_2$, что совпадает с результатами из примера 2. Для этого необходимо значение полинома рассмотреть как значение соответствующего кортежа функций $(f_4 * f_3 * f_2 * f_1)$ в Φ_m.

Таким образом, вычисление системы булевых функций $F(X)$ посредством вычисления арифметико-логического полинома $P(X)$ в B_2 позволяет более полно использовать архитектурные возможности вычислительных средств, а вычисление соответствующего арифметико-логического полинома $P(X)$ в алгебре k-значной логики Φ_m дополнительно реализует многократное параллельное логическое вычисление, соответствующее вычислению в B_2 системы булевых функций $F(X)$ одновременно для m значений независимых переменных X.

3. Коэффициенты арифметико-логического полинома

Получим оценку значений коэффициентов полинома (7), для чего рассмотрим арифметико-логическую форму булевой функции $p_j(X)$. Используя математический аппарат дискретного преобразования Фурье в конъюнктивном базисе [2, 7], можно показать, что в Φ_m для коэффициентов A_i^k арифметико-логического полинома $P(X)$, описывающего систему q функций от n переменных в Φ_m, справедлива следующая оценка:

$$A_0^0 \in \{0, \mathrm{I}, \ldots, (\mathrm{I}+1)^q - 1\},$$

$$A_i^k \in \left\{-2^{k-1} \cdot \frac{(\mathrm{I}+1)^q - 1}{\mathrm{I}}, \ldots, 2^{k-1} \cdot \frac{(\mathrm{I}+1)^q - 1}{\mathrm{I}}\right\}; \qquad (9)$$

$$|A_i^k| \leq 2^{k-1} \cdot \frac{(\mathrm{I}+1)^q - 1}{\mathrm{I}} \quad (i = 0, 1, \ldots, C_n^k),\ k > 0;\ q > 1.$$

При $q = 1$ и $m = 1$ выражения (9) дают оценку значений коэффициентов арифметико-логической формы булевой функции $f_j(X)$ от n переменных, а при $m = 1$ – оценку коэффициентов арифметико-логического полинома, описывающего систему q функций от n переменных в B_2.

4. Информационные характеристики полинома

В работе [8] дана информационная оценка сложности вычисления системы булевых функций (1) комбинационной схемой. Для информационной оценки сложности вычисления системы булевых функций (1) с помощью программируемого вычислительного средства будем использовать информационные характеристики соответствующего арифметико-логического полинома (7).

Информационной емкостью арифметико-логического полинома или количеством информации, заключенным в N_a ненулевых коэффициентах полинома A_i, будем называть величину

$$\mathrm{I}_p^n = \sum_{i=1}^{N_a} \log_2 (2\,|A_i|_{\max} + 1) \text{ [бит]}. \qquad (10)$$

Информационная емкость полинома характеризует его информационную сложность и является количественной мерой для сравнения различных полиномов. Величина I_p^n определяет минимальный объем памяти, необходимый для хранения всех коэффициентов полинома, и может быть использована для проверки эффективности кодирования коэффициентов в памяти вычислительного средства.

Информационной энтропией арифметико-логического полинома или средним количеством информации, приходящимся на один коэффициент из N_a ненулевых коэффициентов A_i, будем называть величину

$$H_p^n = \frac{1}{N_a} \sum_{i=1}^{N_a} \log_2 (2 \mid A_i \mid_{\max} + 1) \text{ [бит/коэф.]}. \quad (11)$$

Информационная энтропия полинома характеризует информационные издержки доставки коэффициентов полинома в вычислительное средство и задает их среднюю длину в битах. Величина H_p^n определяет среднюю пропускную способность внешней шины вычислительного средства, необходимую для своевременной доставки коэффициентов полинома.

Объем памяти M_p^n, нужный для хранения коэффициентов A_i полинома (7), равен:

$$M_p^n = \sum_{i=1}^{N_a}] \log_2 (2 \mid A_i \mid_{\max} + 1) [\text{ [бит/коэф.]}, \quad (12)$$

где $]X[$ – наименьшее целое число, равное или большее X.

Объем памяти M_p^n, превосходящий по своему значению информационную емкость полинома M_p^n, характеризует неоптимальное кодирование коэффициентов полинома в памяти вычислительного средства.

Пример 4. Подсчитать информационную емкость, энтропию и объем памяти для хранения коэффициентов арифметико-логического полинома $P(X)$ в B_2 из примера 3.

Так как в выражении для полинома $P(X)$ участвуют все конъюнкции, то в формулах (10)–(12) присутствуют все слагаемые. Используя оценку значений коэффициентов полинома (9) и полагая $\mathrm{I} = 1$, $q = 4$, $n = 3$, получим:

$$\mathrm{I}_p^3 = \log_2 16 + 3\log_2 31 + 3\log_2 61 + \log_2 121 \approx 43{,}56 \text{ [бит]},$$

$$H_p^3 = \frac{1}{8}\mathrm{I}_p^3 \approx 5{,}45 \text{ [бит/коэф.]},$$

$$M_p^3 =] \log_2 16 [+] 3\log_2 31 [+] 3\log_2 61 [+] \log_2 121 [\approx 44 \text{ [бит]},$$

5. Вычисление арифметико-логического полинома

Известно несколько путей вычисления полинома (7) в B_2: непосредственное вычисление по формуле [5] и вычисления по преобразованному полиному, когда последний предварительно сведен в композицию линейных полиномов [6, 9] или в совокупность управляющих конструкций и линейных полиномов (10). Условия сводимости к линейной форме для B_2 даны в работе [11], а для алгебры k-значной логики B_k – в [10]. Линейные полиномы вида

$$P(X) = A_0 + \sum_{i=1}^{n} A_i \quad X_i \tag{13}$$

удобны тем, что их вычисление в B_2 сводится к суммированию констант числом не более n при переменных, не равных нулю. Мощность класса функций, которые могут быть представлены в виде линейного полинома (13), невелика и при общем количестве функций k-значной логики k^{k^n} составляет величину $(k + 2n)$ [10]. Этим обусловлены ограничения в использовании линейных арифметико-логических полиномов

Рассмотрим вычисление полинома (7) в Φ_m по первому способу. Так как в произвольном полиноме некоторые из коэффициентов – нулевые, то представим полином в виде

$$P(X) = A_0 + \sum_{i=1}^{S} A_i \quad (X_{i_1} \& \ldots \& X_{i_k}) = A_0 + \sum_{i=1}^{S} A_i \quad K_i(X), \tag{14}$$

где

$$k \le n, \ s < 2^n - 1, \ K_i(X) = (X_{i_1} \& \ldots \& X_{i_k}), \ K_i(X) \le \mathrm{I}, \ P(X) < (\mathrm{I} + 1)^{q-1}.$$

Вычисление полинома (14) можно выполнить по следующей рекуррентной процедуре.

$$P_0(X) = A_0, \ P_i(X) = P_{i-1} + A_i (X_{i_1} \& \ldots \& X_{i_k}), \ P_S(X) = P(X). \tag{15}$$

Из (15) видно, что на одну операцию арифметического сложения и умножения приходится k поразрядных операций конъюнкции в Φ_m. Распараллелим вычисление конъюнкций, при этом возможны два варианта [1]. Первый, когда переменные поступают в вычислительное средство последовательно и вычисление всех конъюнкций производится параллельно, и второй, когда переменные в вычислительное средство поступают параллельно и вычисление конъюнкций выполняется последовательно, но каждая вычисляется сразу, т.е. параллельно по всем своим переменным

Зададим структуру полинома (14) с помощью булевой матрицы вхождения логических переменных в конъюнкции $[L]$, где $L_{ij} \in B_2$ $(i = 1, \ldots, s, \ j = 1, \ldots, n)$, $L_{ij} = 1$, если j-я логическая переменная содержится в i-й конъюнкции, и $L_{ij} = 0$, если j-я логическая переменная в конъюнкции не содержится; вектор $[X]$ будем рассматривать как входной набор n логических переменных $x_j \in D$.

5.1. Последовательное поступление переменных. При последовательном поступлении переменных объем промежуточной памяти вычислительного средства равен $K = s\,m$ бит для конъюнкций и $P = q\,m$ – для текущего значения полинома, а объем программы составляет I_p^n бит для матрицы $[A]$ и $L = n\,s$ бит – для матрицы $[L]$, где I_p^n – информационная емкость вычисляемого полинома. В итоге, общий объем памяти для вычисления арифметико-логического полинома в Φ_m при последовательном поступлении данных в вычислительное средство

$$S_{nc} = K + P + I_p^n + L = (n + m)\,s + q\,m + I_p^n \text{ [бит]}. \quad (16)$$

Из (16) и (10) видно, что с увеличением количества многократно параллельно вычисляемых значений m объем памяти S_{nc} растет линейно, пропорционально сложности вычисления полинома s и количеству вычисляемых функций q.

Параллельное вычисление вектора конъюнкций $[K] = [K_1, K_2, \ldots, K_s]$ может быть выполнено по следующей рекуррентной процедуре:

$$[K(0)] = I^*,\ [K(i)] = [K(i-1)]\&(X_i^* \vee \overline{[L_i^*]}). \quad (17)$$

где $[K(i)]$ – вектор конъюнкций $[K]$ на i-й итерации, $i = 1, \ldots, n$; I^* – вектор, получаемый мультипликацией вектора I s раз; $[L_i^*]$ – вектор, получаемый растяжением j-й строки $[L]$ m раз; X_i^* – вектор, получаемый мультипликацией вектора x_i s раз.

Учитывая, что на вход вычислительного средства можно подавать сразу строки матрицы $[L]$ в инверсном виде, а мультипликацию и растяжение векторов выполнять в процессе трассировки данных, можно за $T_1 = 2n$ тактов на r разрядном арифметико-логическом устройстве, $r \geq s\,m$, вычислить s конъюнкций K_j в виде вектора $[K(n)]$.

Вычисление значения полинома (14) сводится к умножению матриц $[A]$ и $[K(n)]$:

$$P(X) = [A_0, A_1, \ldots, A_s] \times [K_0, K_1, \ldots, K_s]^T,\ K_0 = 1, \quad (18)$$

которое можно выполнить по следующей рекуррентной процедуре:

$$P(0) = A_0\, I,\ P(j) = P(j-1) + A_j K_j,\ j = 1, \ldots, s. \quad (19)$$

Учитывая, что операцию умножения A_j на K_j можно выполнить не более чем за m тактов работы АЛУ, а операцию сдвига – путем мультиплексирования и трассировки данных за один такт, то за $T_2 = (s + 1)\,m$ тактов получим значения полинома $P(X)$.

Таким образом, общее время вычисления полинома (14) при последовательном поступлении данных и параллельном вычислении конъюнкций составит

$$T_{nc} = T_1 + T_2 = 2n + (s + 1)\,m \text{ [такт]}. \quad (20)$$

Из (20) видно, что с увеличением количества многократно параллельно вычисляемых значений m время вычисления T_{nc} растет линейно, пропорционально сложности вычисления полинома s и не зависит от количества вычисляемых функций q.

5.2. Параллельное поступление переменных. При параллельном поступлении переменных объем промежуточной памяти вычислительного средства равен $K = n\,m$ бит для значения текущей конъюнкции и $P = q\,m$ бит – для текущего значения полинома, а объем программы, как и при последовательном поступлении переменных, составляет I_p^n бит для матрицы $[A]$ и $L = n\,s$ бит – для матрицы $[L]$, где I_p^n – информационная емкость вычисляемого полинома. Общий объем памяти для вычисления арифметико-логического полинома в Φ_m:

$$S_{np} = K + P + I_p^n + L = (m + s)\,n + q\,m + I_p^n \text{ [бит]}. \quad (21)$$

Из (21) и (10) видно, что с увеличением количества многократно параллельно вычисляемых значений m объем памяти S_{np} растет линейно, пропорционально количеству переменных n и количеству вычисляемых функций q.

Последовательное вычисление конъюнкций K_j над вектором логических переменных $X = [X_1, X_2, \ldots, X_n]$ может быть выполнено по следующей процедуре:

$$[K_j] = \tilde{\tilde{X}}\&[\tilde{L_j}], j = 1, \ldots, s, \tag{22}$$

где $[\tilde{L_j}]$ – вектор, получаемый растяжением j-го столбца матрицы $[L]$ m раз.

Учитывая, что на вход вычислительного средства можно подавать сразу переменные X_j в инверсном виде, а растяжение векторов выполнять в процессе трассировки данных, можно за $T_1 = s$ тактов на r разрядном арифметико-логическом устройстве, $r \geq n\ m$, последовательно вычислить s конъюнкций K_j.

В связи с тем, что конъюнкции вычисляются последовательно и промежуточная память для хранения всех конъюнкций согласно (16) не предусмотрена, целесообразно по мере получения конъюнкций выполнять вычисление полинома в соответствии с (18) и (19). Количество тактов, необходимых для умножения матриц $[A]$ и $[K]$, в этом случае составит $T_2 = (s + 1)\ m$.

Следовательно, общее время вычисления полинома (14) при последовательном поступлении данных и параллельном вычислении конъюнкций будет

$$T_{np} = T_1 + T_2 = s + (s + 1)\ m \text{ [такт]}. \tag{23}$$

Из (23) видно, что с увеличением количества многократно параллельно вычисляемых значений m время вычисления T_{np} растет линейно, пропорционально сложности вычисления полинома s и не зависит от количества независимых переменных n и количества вычисляемых функций q.

Заключение

Введенная алгебра k-значной логики Φ_m в базисе арифметических и логических операций является обобщенной математической моделью вычислительных средств, построенных на основе АЛУ, а арифметико-логический полином в Φ_m – адекватная этой модели форма представления вычисляемой функции.

В рассмотренных процедурах многократного параллельного вычисления системы булевых функций требуемый объем внутренней памяти вычислительного средства растет пропорционально количеству многократно выполняемых вычислений m, а объем программы определяется в основном информационной емкостью соответствующего арифметико-логического полинома. Время вычисления также растет пропорционально m и не зависит от количества вычисляемых булевых функций. Это позволяет наращивать интенсивность использования вычислительного средства до определенного предела, определяемого энтропией полинома, которая не должна превосходить пропускную способность внешней шины вычислительного средства.

Таким образом, многократное параллельное логическое вычисление на вычислительных средствах, построенных на базе АЛУ, удовлетворяет естественным техническим ограничениям и позволяет интенсифицировать решение задач, имеющих большой объем логических вычислений.

Цитированная литература

1. **Малюгин В.Д., Соколов В.В.** Интенсивные логические вычисления // Автоматика и телемеханика. 1993. № 4. С. 160–167.

2. **Кухарев Г.А., Шмерко В.П., Янушкевич С.Н.** Техника параллельной обработки бинарных данных на СБИС. Минск: Высш. школа, 1991.

3. **Александров И.Н., Котов В.М., Никитюк Н.М.** Применение переключательных функций в полях Галуа $GF(2^m)$ для синтеза универсальных динамически программируемых модулей // Автоматика и телемеханика. 1995. № 9. С. 137–148.

4. **Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М.** Дискретная математика для инженера. М.: Энергоатомиздат, 1988.

5. **Малюгин В.Д.** Реализация булевых функций арифметическими полиномами // Автоматика и телемеханика. 1982. № 4. С. 84–93.

6. **Малюгин В.Д.** Реализация кортежей булевых функций посредством линейных арифметических полиномов // Автоматика и телемеханика. 1984. № 2. С. 114–122.

7. **Шмерко В.П.** Синтез арифметических форм булевых функций посредством преобразования Фурье // Автоматика и телемеханика. 1989. № 5. С. 134–142.

8. **Горяшко А.П., Немировский А.С.** Оценки информационной стоимости вычисления булевых функций в комбинационных схемах // Проблемы передачи информации. 1978. Т. XIV, вып. 1. С. 90–100.

9. **Артюхов В.Л., Кондратьев В.Н., Шалыто А.А.** Реализация булевых функций арифметическими полиномами // Автоматика и телемеханика. 1988. № 4. С. 138–147.

10. **Антоненко В.М., Иванов А.А., Шмерко В.П.** Линейные арифметические формы k-значных логических функций и их реализация на систолических массивах // Автоматика и телемеханика. 1995. № 5. С. 139–155.

11. **Кондратьев В.Н., Шалыто А.А.** Реализация систем булевых функций с использованием линейных арифметических полиномов // Автоматика и телемеханика. 1993. № 3. С. 135–151.